



Lyon Maths Prépa

Fiche de révision personnalisée

Suivi d'excellence

Nom de l'étudiant

Le jeudi 31 octobre de 11h à 12h

Cette fiche de révision personnalisée a été générée par Arcadia, l'IA de Lyon Maths Prépa, à partir des explications données en suivi d'excellence. Elle vous permettra de réviser avec efficacité les notions comprises ce jour. Elle a été soumise à relecture de votre professeur pour assurer l'exactitude des propos mathématiques formulés. Bon travail !

1. Majoration d'une intégrale par comparaison

Pour montrer qu'une intégrale $\int_a^b f(t) dt$ est inférieure à une expression calculable, on cherche d'abord une majoration de la fonction f . Par exemple, pour majorer $\int_0^1 \frac{t^n}{t^2+1} dt$, on remarque que $t^2 + 1 \geq 1$ pour $t \in [0, 1]$. Donc, $\frac{t^n}{t^2+1} \leq t^n$. En passant à l'intégrale, on obtient:

$$\int_0^1 \frac{t^n}{t^2+1} dt \leq \int_0^1 t^n dt$$

L'intégrale de droite se primitive facilement:

$$\int_0^1 t^n dt = \left[\frac{t^{n+1}}{n+1} \right]_0^1 = \frac{1}{n+1}$$

Ainsi, on a prouvé que:

$$\int_0^1 \frac{t^n}{t^2+1} dt \leq \frac{1}{n+1}$$

Application: Montrer que $\int_0^1 \frac{e^t}{t+1} dt \leq e - 1$.

2. Mise au même dénominateur comme opération de factorisation

Mettre deux quotients au même dénominateur est une opération de factorisation. Par exemple, si on a $A + \frac{B}{C}$, cela peut être réécrit comme $\frac{AC+B}{C}$. Cette transformation de $\frac{AC+B}{C}$ en $(AC+B) \times \frac{1}{C}$ montre qu'on passe d'une somme à un produit, ce qui est une factorisation.

$$A + \frac{B}{C} = \frac{AC + B}{C}$$

$$\frac{AC + B}{C} = (AC + B) \times \frac{1}{C}$$

Quand on factorise, il est souvent pertinent de continuer à mettre au même dénominateur, car cela fait partie du même processus de calcul. Cependant, lors d'un développement, il est préférable d'éviter de mettre au même dénominateur, car cela reviendrait à effectuer une factorisation au milieu du développement, ce qui n'est pas cohérent avec le processus initial.

3. Probabilités conditionnelles et formule des probabilités totales

Pour éliminer la condition d'une probabilité conditionnelle $P(A|X = i)$, où X est une variable aléatoire prenant différentes valeurs i , on utilise la formule des probabilités totales :

$$P(A) = \sum_i P(A|X = i) \cdot P(X = i)$$

Cette formule permet de calculer la probabilité non conditionnelle $P(A)$ en sommant les probabilités conditionnelles $P(A|X = i)$ pondérées par les probabilités $P(X = i)$ de chaque valeur possible de X . Ainsi, on obtient $P(A)$ indépendamment de la valeur spécifique de X .